

PENERAPAN MODEL FAY-HERRIOT PADA SMALL AREA ESTIMATION

Studi Simulasi Pengeluaran Per Kapita Level Kabupaten/Kota Provinsi Kalimantan Timur Tahun 2020

(Application of the Fay-Herriot Model in Small Area Estimation: Simulation Study of Per Capita Expenditure at Regency/City Level in East Kalimantan Province in 2020)

Wirda Avie Nurizza

Badan Pusat Statistik Kabupaten Paser

E-mail: wirdavienza@bps.go.id

ABSTRAK

Badan Pusat Statistik (BPS) menggunakan data pengeluaran per kapita sebagai dasar penghitungan tingkat kemiskinan. Selain itu, data pengeluaran per kapita juga merupakan salah satu sumber data yang digunakan dalam penghitungan pertumbuhan ekonomi. Tingkat kemiskinan dan pertumbuhan ekonomi merupakan indikator strategis yang dibutuhkan oleh pemerintah, khususnya pemerintah daerah dalam melakukan perencanaan, pelaksanaan, serta evaluasi kebijakan. Pemerintah daerah membutuhkan data yang tersedia hingga area kecil agar kebijakan yang dihasilkan lebih tepat sasaran. Penelitian ini bertujuan untuk melakukan simulasi dan membandingkan hasil estimasi metode *Small Area Estimation* (SAE) dengan hasil estimasi langsung pada data pengeluaran per kapita dari Survei Sosial Ekonomi Nasional (Susenas). Model yang digunakan adalah model *Fay-Herriot* dan metode estimasi yang digunakan adalah metode *Empirical Based Linear Unbiased Prediction* (EBLUP). Hasil simulasi menunjukkan bahwa hasil estimasi pengeluaran per kapita dengan metode SAE menghasilkan nilai yang hampir sama dengan hasil estimasi langsung. Selain itu, nilai RMSE hasil estimasi dengan metode SAE selalu lebih rendah dibandingkan RMSE hasil estimasi langsung dengan efektivitas tertinggi (nilai efisiensi mendekati 1) diterapkan pada 50 persen sampel.

Kata kunci: Pengeluaran per kapita, SAE, EBLUP, *Fay-Herriot*

ABSTRACT

Statistics Indonesia uses per capita expenditure data to calculate the poverty rate. In addition, per capita expenditure is also one of the data sources used in calculating economic growth. The poverty rate and economic growth are strategic indicators which are needed by the government, especially local governments in planning, implementing, and evaluating policies. Local governments need data of small areas so that it can help in formulating policies which can be more targeted. Therefore, this study aims to provide a simulation and to compare SAE result with direct estimate of expenditure per capita from Susenas. Fay-Herriot Model and estimation method of Empirical Based Linear Unbiased (EBLUP) are employed. The simulation results show that the SAE results provide estimate values that are almost the same as the results of the direct estimation. In addition, the RMSE value using the SAE method is always lower than the RMSE from the direct estimation with highest effectiveness (the value of relative efficiency close to 1) if SAE is applied on 50 percent sample of each regency/city.

Keywords: *Per Capita Expenditure, SAE, EBLUP, Fay-Herriot*

PENDAHULUAN

BPS sebagai instansi penyedia data statistik terpercaya, selama ini melakukan pengumpulan data melalui sensus hanya setiap 10 tahun sekali. Untuk memenuhi kebutuhan data, BPS melakukan survei yang memiliki kelebihan selain dalam aspek waktu tetapi juga aspek biaya dan sumber daya. Akan tetapi, data hasil survei hanya mampu menghasilkan estimasi parameter pada area sesuai dengan desain survei yang dirancang. Bonavent dan Morales (2016) mengungkapkan bahwa estimasi langsung pada suatu indikator pada area yang lebih kecil dengan jumlah yang sedikit akan menyebabkan *sampling error* yang besar. Estimasi parameter dapat dilakukan sampai dengan unit yang lebih kecil jika dilakukan penambahan sampel dari suatu survei, akan tetapi hal tersebut tentu akan meningkatkan biaya survei.

Salah satu metode estimasi secara statistik yang telah dikembangkan hingga saat ini adalah *Small Area Estimation* (SAE). SAE merupakan metode estimasi parameter hingga level terkecil dengan jumlah sampel yang terbatas dengan meminjam kekuatan variabel penyerta dari wilayah luasnya (Rao, 2003). Penelitian sebelumnya yang dilakukan oleh Ningtyas *et al.* (2015), menunjukkan bahwa hasil estimasi pengeluaran per kapita dengan metode EBLUP memiliki nilai *Relative Root Mean Square Error* (RRMSE) yang lebih kecil dibandingkan hasil RRMSE estimasi langsung. Nilai RRMSE yang lebih kecil menggambarkan bahwa estimasi tidak langsung menggunakan SAE menghasilkan kualitas estimasi yang lebih baik dalam mengestimasi parameter populasi.

Pada penelitian ini akan dilakukan estimasi pengeluaran per kapita level kabupaten/kota di Provinsi Kalimantan Timur dengan metode estimasi langsung dan estimasi tak langsung. Estimasi tak langsung menggunakan pendekatan *Empirical Best Linear Unbiased Prediction* (EBLUP) model Fay-Herriot yang selanjutnya disebut EBLUP-FH. Untuk mengetahui kecukupan sampel SAE, dilakukan simulasi pengurangan sampel menggunakan *Simple Random Sampling* (SRS) yang dilakukan secara berulang sejumlah iterasi. Penelitian ini untuk membandingkan estimasi pengeluaran per kapita menggunakan estimasi langsung dan estimasi menggunakan model SAE.

METODE

Metode estimasi parameter dapat dilakukan secara langsung dan tak langsung. Menurut Rao (2003), metode estimasi langsung (*direct estimation*) merupakan cara estimasi parameter berdasarkan data sampel yang berasal dari domainnya. *Design-based* metode ini bergantung pada *sampling design* yang digunakan. Sedangkan, metode estimasi tak langsung (*indirect estimation*) merupakan metode estimasi yang meminjam kekuatan dari sampel domainnya serta menyertakan variabel penyerta (*auxiliary variable*) yang berasal dari sensus atau registrasi.

Small Area Estimation

Small Area Estimation (SAE) merupakan metode estimasi yang berbasis pemodelan. SAE adalah metode estimasi pada area atau level dengan meminjam kekuatan variabel penyerta untuk meningkatkan efektifitas ukuran sampel. Salah satu upaya untuk memperkecil nilai varians pada SAE adalah dengan memanfaatkan area sekitarnya (*neighbouring areas*) dan sumber data yang berasal dari luar area statistik yang ingin diperoleh untuk mendapatkan variabel penyerta dalam melakukan estimasi (Rao, 2003).

Metode SAE yang secara statistik memiliki sifat meminjam kekuatan area sekitarnya dan kekuatan dari variabel penyerta tersebut berbasis model (*model-based*) dan disebut juga estimasi tak langsung (*indirect estimation*). Model-based dapat dibagi menjadi 2, yakni *implicit linking models* (ILM) dan *explicit linking models* (ELM). Rao menyatakan bahwa ELM memiliki kelebihan dibandingkan dengan ILM, yakni memperhitungkan *random area effect* atau efek acak area. ELM mampu mengukur presisi untuk area kecil yang berhubungan.

Berdasarkan ketersediaan data penyertanya, ELM dapat dibedakan menjadi Type A dan Type B. Type A merupakan model yang berbasis area level sedangkan Type B merupakan model yang berbasis unit level. Dalam penelitian ini model yang digunakan adalah model yang berbasis area. Artinya, data penyerta yang digunakan harus tersedia sampai level area tertentu.

Metode estimasi yang dapat digunakan adalah *Empirical Best Linear Unbiased Prediction* (EBLUP) karena variabel amatan memiliki respon kontinu. Fay dan Herriot (1979) merupakan orang yang pertama kali mengembangkan model SAE tersebut. Penelitian yang dilakukan adalah melakukan estimasi pendapatan per kapita suatu area kecil. Model Fay-Herriot ini merupakan model dasar pengembangan model untuk area kecil.

Ada dua asumsi yang digunakan dalam pengembangan model SAE, yang selanjutnya disebut model linear campuran (*linear mixed model*). Yakni, asumsi keragaman dari variabel respon di dalam area kecil dapat diterangkan seluruhnya oleh hubungan keragaman yang bersesuaian dengan informasi tambahan (*fixed effect model*). Asumsi yang kedua adalah asumsi keragaman spesifik area kecil yang tidak dapat di terangkan oleh informasi tambahan (*random effect*).

Linear Mixed Model (LMM) adalah model statistik yang mengandung *fixed effects* dan *random effects*. Henderson (1953) dalam Ubaidillah (2017) telah mengusulkan *best linear unbiased estimates* (BLUE) dari *fixed effects* dan *best linear unbiased predictor* (BLUP) dari *random effects*. Model umum LMM dituliskan sebagai berikut.

$$y = X\beta + Zu + e \quad \dots\dots\dots(1)$$

dengan

$$y = \mu + e \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$\mu = X\beta + Zu \quad \dots\dots\dots(3)$$

Keterangan:

- y = vektor penduga langsung bagi μ ($m \times 1$)
- X = matriks variabel penyerta ($m \times p$)
- β = vektor koefisien regresi ($p \times 1$)
- Z = matriks konstan positif
- u = vektor dari *area random effects* ($m \times 1$)
- e = vektor dari komponen *sampling error* ($m \times 1$)
- μ = parameter yang akan diteliti ($m \times 1$)

Model Fay-Herriot dalam bentuk *General Linear Mixed Model (GLMM)* dituliskan sebagai berikut (Rao & Molina, 2015):

$$y = X\beta + Zu + e, \quad u \sim N(0, G), \quad e \sim N(0, R) \quad \dots\dots\dots(4)$$

dimana $G = I_m \sigma_u^2$, dengan I_m adalah $m \times m$ matriks identitas. $R = \text{diag}[\sigma_{e_i}^2]$ merupakan matriks dengan diagonal berisi $\sigma_{e_i}^2$ dan non-diagonal berisi 0. Kemudian diperoleh matriks kovarians y , yaitu $\Omega = ZGZ^T + R$.

Dalam aplikasinya, varians dari *random effects* tidak diketahui dan varians dari *sampling error* diketahui. Oleh karena itu, dilakukan estimasi untuk *random effects* dengan metode *Restricted Maximum Likelihood* (REML). Akhirnya diperoleh estimator EBLUP seperti rumus berikut:

$$\hat{\mu}_i^H(\hat{\sigma}_u^2) = x_i^T \beta + \frac{\hat{\sigma}_u^2 b_i^2}{\hat{\sigma}_u^2 b_i^2 + \sigma_e^2} (y_i - x_i^T \hat{\beta}) \quad \dots\dots\dots(5)$$

$$\hat{\mu}_i^H(\hat{\sigma}_u^2) = \hat{\gamma}_i y_i + (1 - \hat{\gamma}_i) x_i^T \hat{\beta}$$

Keterangan:

- $\hat{\mu}_i^H(\hat{\sigma}_u^2)$ = estimator EBLUP dari y
- $\hat{\sigma}_u^2$ = estimator dari σ_u^2
- dimana $\hat{\gamma}_i = \frac{\hat{\sigma}_u^2 b_i^2}{\hat{\sigma}_u^2 b_i^2 + \sigma_e^2}$ dengan b_i diketahui konstan positif dengan $i=1, \dots, m$ dan $\hat{\beta}$ adalah estimator yang *Best Linear Unbiased Estimator (BLUE)* dari β sehingga diperoleh:

$$\hat{\beta} = \hat{\beta}(\hat{\sigma}_u^2) = \left[\sum_{i=1}^m \frac{x_i x_i^T}{\hat{\sigma}_u^2 b_i^2 + \sigma_e^2} \right]^{-1} \left[\sum_{i=1}^m \frac{x_i y_i}{\hat{\sigma}_u^2 b_i^2 + \sigma_e^2} \right] \quad \dots\dots\dots(6)$$

Adapun rumus *MSE EBLUP* adalah:

$$mse(\hat{\mu}_i^H) \approx g_{1i}(\hat{\sigma}_u^2) + g_{2i}(\hat{\sigma}_u^2) + 2g_{3i}(\hat{\sigma}_u^2) \quad \dots\dots\dots(7)$$

dengan $g_{1i}(\hat{\sigma}_u^2) = \frac{\hat{\sigma}_u^2 b_i^2 \sigma_e^2}{\hat{\sigma}_u^2 b_i^2 + \sigma_e^2} = \gamma_i \sigma_e^2$, $g_{2i}(\hat{\sigma}_u^2) = (1 - \gamma_i)^2 z_i^T \left[\sum_{i=1}^m \frac{z_i z_i^T}{\hat{\sigma}_u^2 b_i^2 + \sigma_e^2} \right]^{-1} z_i$, dan

$$g_{3i}(\hat{\sigma}_u^2) = E(\hat{\mu}_i^H - \tilde{\mu}_i^H)^2 = \text{tr} \left[\left(\frac{\delta b_i^T}{\delta \hat{\sigma}_u^2} \right) \Omega_i \left(\frac{\delta b_i^T}{\delta \hat{\sigma}_u^2} \right)^T \bar{\Omega}(\hat{\sigma}_u^2) \right]$$

Keterangan:

Ω = matriks kovarians y

$\bar{\Omega}$ = varians asimtotik ($m \rightarrow \infty$) dari estimator REML (Rao dan Molina, 2015).

Adapun RRMSE merupakan akar relatif dari MSE.

Pengeluaran Per Kapita

BPS mendefinisikan pengeluaran per kapita adalah biaya yang dikeluarkan untuk konsumsi semua anggota rumah tangga selama sebulan dibagi dengan banyaknya anggota rumah tangga yang telah disesuaikan dengan paritas daya beli. Data pengeluaran dapat mengungkap tentang pola konsumsi rumah tangga secara umum menggunakan indikator proporsi pengeluaran untuk makanan dan non makanan. Komposisi pengeluaran rumah tangga dapat dijadikan ukuran untuk menilai tingkat kesejahteraan ekonomi penduduk, makin rendah persentase pengeluaran untuk makanan terhadap total pengeluaran makin membaik tingkat kesejahteraan. Adapun data pengeluaran per kapita yang digunakan pada penelitian ini bersumber pada Susenas Maret 2020.

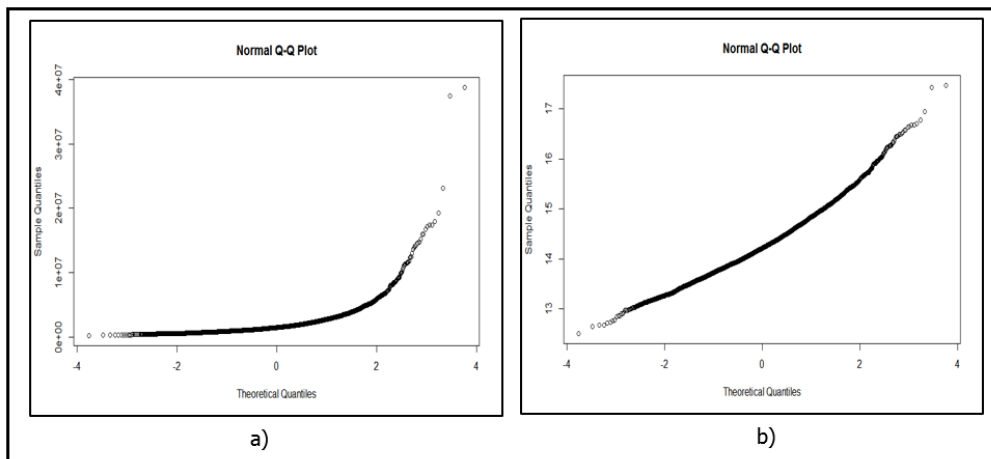
Variabel Penyerta

Variabel penyerta yang digunakan merupakan variabel tidak mengandung error sehingga hanya dapat diperoleh melalui sensus dan registrasi (Rao, 2003). Variabel penyerta yang digunakan adalah variabel yang memiliki korelasi bagus dengan parameter dan memiliki hubungan secara teori serta signifikan pada saat diregresikan (Ikhsan *et al.*, 2019). Salah satu data sensus/registrasi yang sering digunakan sebagai penyerta adalah Potensi Desa (Podes). Data Podes yang digunakan pada penelitian ini adalah Podes 2020. Data Podes digunakan karena data ini merupakan data sensus yang tidak memiliki *sampling error*.

Langkah-langkah analisis:

1. Pengecekan normalitas data menggunakan Q-Q plot.
2. Melakukan estimasi langsung parameter.
3. Memilih variabel penyerta dengan kriteria berkorelasi dan signifikan terhadap parameter.
4. Melakukan estimasi tak langsung dengan metode EBLUP-FH.
5. Melakukan penarikan sampel secara acak (*simple random sampling*) dan berulang dengan iterasi sebanyak 100 kali. Pada setiap iterasi dilakukan estimasi langsung dan estimasi tak langsung.
6. Membandingkan hasil estimasi pada setiap ukuran sampel yang berbeda.
7. Menghitung efisiensi relatif.
8. Menarik kesimpulan.

HASIL DAN PEMBAHASAN



Sumber: diolah dari Susenas Maret 2020

Gambar 1. Q-Q plot tanpa transformasi (a) dan dengan transformasi logaritma natural (b).

Sebelum estimasi EBLUP-FH dilakukan, dilakukan terlebih dahulu pengecekan normalitas pada *raw data* pengeluaran per kapita menggunakan Q-Q plot. Dapat dilihat bahwa Gambar 1a menunjukkan pola non-linier yang artinya data tidak berdistribusi normal. Oleh karena itu, dilakukan transformasi data dengan logaritma natural. Setelah dilakukan transformasi (Gambar 1b), terlihat pola yang terbentuk menunjukkan pola linier. Oleh karena itu, estimasi dilakukan dengan menggunakan data pengeluaran per kapita hasil transformasi.

Variabel penyerta yang digunakan pada SAE merupakan variabel yang tidak memiliki error, yaitu data hasil sensus atau administrasi. Pemilihan variabel penyerta juga memiliki peranan penting dalam proses estimasi agar hasil estimasi tak langsung yang dihasilkan memiliki nilai *standar error* yang kecil. Variabel penyerta yang baik adalah variabel yang memiliki korelasi tinggi dengan variabel amatan. Dengan mempertahankan prinsip *parsimony*, dilakukan *stepwise regression* dan diperoleh beberapa variabel penyerta yang akan digunakan dalam penelitian ini, diantaranya: Jumlah Pengguna Non-PLN (x_1), Jumlah Pengguna Non Listrik (x_2), Jumlah Poliklinik (x_3), Jumlah rumah Bersalin (x_4), Jumlah Apotek (x_5), Jumlah Penderita COVID-19 (x_6), Jumlah Pengguna Telepon (x_7), dan Jumlah Hotel (x_8).

Tabel 1. Hasil Estimasi Langsung dan Estimasi EBLUP-FH.

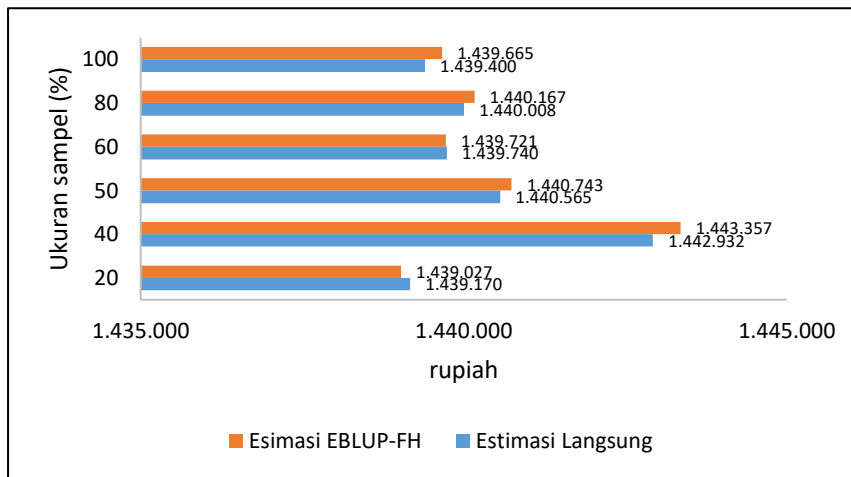
Kode Kab/Kota	Jumlah Sampel	Estimasi (rupiah)		Selisih Mutlak (rupiah)
		Langsung	EBLUP-FH	
6401	555	1.183.862	1.186.933	3.071
6402	526	1.268.036	1.270.671	2.635
6403	713	1.222.429	1.223.287	858
6404	579	1.455.676	1.475.900	20.224
6405	499	1.693.467	1.683.439	10.028
6409	543	1.249.281	1.239.494	9.787
6411	477	1.286.154	1.285.508	646
6471	654	1.707.995	1.717.352	9.357
6472	724	1.626.721	1.621.119	5.602
6474	554	1.890.447	1.880.957	9.490
Rata-rata	582	1.458.407	1.458.466	59

Sumber: diolah dari Susenas Maret 2020

Hasil estimasi dan jumlah sampel dapat dilihat pada Tabel 1. Secara rata-rata, hasil estimasi seluruh sampel menunjukkan bahwa estimasi EBLUP-FH pengeluaran per kapita di setiap kabupaten/kota di Provinsi Kalimantan Timur memiliki nilai yang hampir sama dengan hasil estimasi langsung. Selisih mutlak dari hasil estimasi langsung dan estimasi EBLUP-FH memiliki rentang dari 646 rupiah hingga 20.224 rupiah, dan apabila dirata-ratakan hasil estimasi untuk seluruh kabupaten hanya memiliki selisih nilai 59 rupiah. Hal ini menunjukkan bahwa estimasi EBLUP-FH memiliki presisi yang sangat baik.

Presisi yang dihasilkan dari estimasi EBLUP-FH terhadap estimasi langsung menunjukkan nilai yang relatif kecil. Hal ini dikarenakan sampel yang digunakan sesuai dengan desain sampel yang dirancang. Apabila dilakukan simulasi pengurangan sampel terhadap sampel di setiap kabupaten/kota akan terlihat efisiensi kecukupan sampel pada estimasi EBLUP-FH. Simulasi dilakukan secara berulang dengan jumlah iterasi sebanyak 100 kali. Iterasi bertujuan menghasilkan hasil estimasi yang dapat menggambarkan secara umum penarikan sampel secara acak.

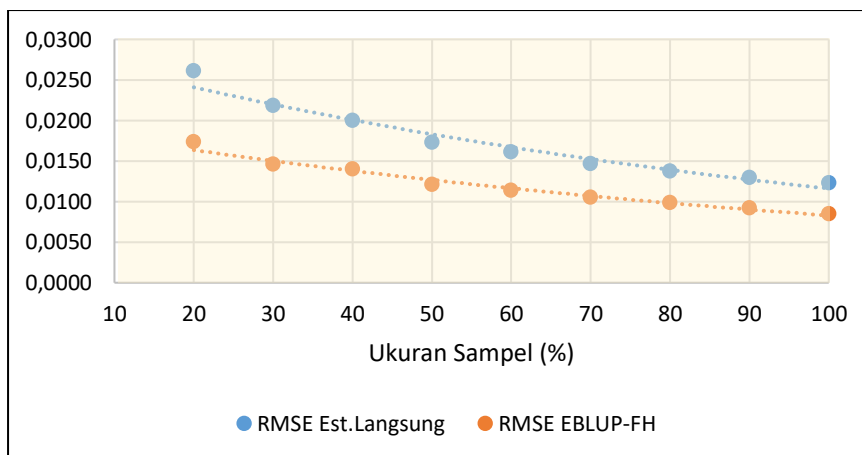
Berikut merupakan hasil simulasi estimasi pengeluaran per kapita baik estimasi langsung maupun estimasi EBLUP-FH yang dilakukan pada beberapa ukuran sampel (Gambar 2).



Sumber: diolah dari Susenas Maret 2020

Gambar 2. Hasil estimasi langsung dan estimasi EBLUP-FH pada beberapa ukuran sampel (rupiah).

Pada Gambar 2 terlihat bahwa pada setiap ukuran sampel, hasil estimasi langsung pengeluaran per kapita juga memiliki nilai yang hampir sama dengan hasil estimasi EBLUP-FH. Pada ukuran sampel 20 persen selisih mutlak estimasi adalah sebesar 143 rupiah, pada ukuran sampel 40 persen selisih mutlak estimasi adalah sebesar 425 rupiah, pada ukuran sampel 50 persen selisih mutlak estimasi adalah sebesar 175 rupiah, pada ukuran sampel 60 persen selisih mutlak estimasi adalah sebesar 19 rupiah, pada ukuran sampel 80 persen selisih mutlak estimasi adalah sebesar 159 rupiah, dan pada ukuran sampel 100 persen selisih mutlak estimasi adalah sebesar 265 rupiah.



Sumber: diolah dari Susenas Maret 2020

Gambar 3. RMSE estimasi langsung dan estimasi EBLUP-FH pada beberapa ukuran sampel (rupiah).

Data pengeluaran per kapita juga merupakan sumber data yang digunakan dalam penghitungan tingkat kemiskinan. Dilakukan simulasi estimasi persentase tingkat kemiskinan kabupaten/kota di Provinsi Kalimantan Timur. Estimasi dilakukan secara langsung maupun tidak langsung (EBLUP-FH) pada beberapa ukuran sampel. Berdasarkan grafik di atas terlihat EBLUP-FH memiliki nilai RMSE yang selalu lebih rendah dibandingkan dengan RMSE hasil estimasi langsung. Kurva RMSE yang terbentuk melandai seiring dengan kenaikan jumlah sampel, baik pada RMSE hasil estimasi langsung maupun RMSE hasil EBLUP-FH. RMSE hasil estimasi langsung ukuran sampel 20 persen berkisar pada 0,025 sedangkan RMSE hasil estimasi langsung ukuran sampel 100 persen berkisar pada 0,0125. Untuk estimasi EBLUP-FH, RMSE ukuran sampel 20 persen berkisar pada 0,0175, sedangkan ukuran sampel 100 persen berkisar pada 0,0085.

Tabel 2. RMSE Estimasi Langsung dan EBLUP-FH beserta Efisiensi Relatif

Ukuran sampel (%)	RMSE Est.Langsung	RMSE EBLUP-FH	Efisiensi Relatif
20	0,0261	0,0174	1,41
30	0,0219	0,0146	1,18
40	0,0200	0,0140	1,14
50	0,0173	0,0121	0,98
60	0,0161	0,0114	0,92
70	0,0147	0,0105	0,86
80	0,0138	0,0098	0,80
90	0,0130	0,0092	0,75
100	0,0123	0,0085	0,69

Sumber: diolah dari Susenas Maret 2020

Seperti yang diketahui, semakin besar ukuran sampel maka semakin baik hasil estimasi suatu survei. Artinya, apabila ukuran sampel mendekati jumlah populasi maka estimasi yang dihasilkan akan semakin menggambarkan kondisi populasi. Efisiensi SAE akan tercerminkan ketika digunakan pada ukuran sampel yang relatif kecil dengan batasan sampel tertentu. Efisiensi relatif merupakan perbandingan antara RMSE hasil estimasi EBLUP-FH pada setiap ukuran sampel dengan hasil estimasi langsung seluruh sampel (100 persen). Apabila efisiensi relatif mendekati nilai 1, maka artinya ukuran sampel SAE sudah mampu menghasilkan hasil estimasi yang presisi dengan seluruh ukuran sampel estimasi langsung. Pada penelitian ini, terlihat pada Tabel 2, bahwa efisiensi relatif bernilai mendekati 1 saat ukuran sampel 50 persen. Artinya, dengan ukuran sampel 50 persen data, EBLUP-FH mampu menghasilkan hasil estimasi yang presisi dengan ukuran sampel 100 persen data Susenas Maret 2020.

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil dan pembahasan penelitian ini, disimpulkan bahwa pada ukuran sampel yang berbeda hasil estimasi EBLUP-FH memiliki nilai yang hampir sama dengan hasil estimasi langsung. Selain itu, nilai RMSE EBLUP-FH selalu lebih kecil dibandingkan dengan RMSE estimasi langsung. Pada penelitian ini, simulasi penerapan metode EBLUP-FH memiliki efisiensi relatif sebesar 0,98 pada ukuran sampel 50 persen dibandingkan dengan seluruh sampel data estimasi langsung.

Saran yang dapat diberikan kepada pemerintah khususnya BPS adalah BPS dapat menerapkan metode EBLUP-FH saat melakukan estimasi data pengeluaran per kapita dan data lainnya. Hal ini diharapkan dapat menghasilkan estimasi pada wilayah kecil sehingga kebijakan yang diambil menjadi lebih tepat sasaran.

DAFTAR PUSTAKA

- Benavent, R., & Morales, D. (2016). Multivariate Fay-Herriot models for small area estimation. *Computational Statistics and Data Analysis*, 94, 372–390. <https://doi.org/10.1016/j.csda.2015.07.013>
- Fay, R. E., & Herriot, R. A. (1979). Estimates of Income for Small Places: An Application of James-Stein Procedures to Census Data. *Journal of the American Statistical Association*, 74(356), 269–277.
- Ikhsan, E., Ratu, N. Y., & Nurizza, W. A. (2019). Estimasi Small Area Estimation Angka Partisipasi Kasar di Perguruan Tinggi Pulau Kalimantan Tahun 2018. *Prosiding Seminar Nasional Matematika, Statistika, Dan Aplikasinya*, 1, pp.82-88. <http://jurnal.fmipa.unmul.ac.id/index.php/SNMSA/article/view/530>
- Ningtyas, R., Rahmawati, R., & Wilandari, Y. (2015). Penerapan Metode Empirical Best Linear Unbiased Prediction (Eblup) Pada Model Penduga Area Kecil Dalam Pendugaan Pengeluaran Per Kapita Di Kabupaten Brebes. *Jurnal Gaussian*, 4(4), 977–986. <http://ejournal-s1.undip.ac.id/index.php/gaussian>
- Rao, J. N. K. (2003). *Small Area Estimation*. John Wiley & Sons, Inc.
- Rao, J. N. K., & Molina, I. (2015). Small area estimation. In *John Wiley & Sons, Inc.* (Second Edi). John Wiley & Sons, Inc. <https://doi.org/10.1016/B978-0-08-044894-7.01365-8>
- Ubaidillah, A. (2017). *Simultaneous Equation Models for Small Area Estimation* (Issue March) [Bogor Agricultural University]. <https://doi.org/10.13140/RG.2.2.30679.01442>