PERBANDINGAN LIMA METODE *FITTING* MODEL REGRESI WEIBULL DENGAN PENDEKATAN BAYESIAN:
STUDI KASUS PADA DURASI MENDAPATKAN PEKERJAAN KEMBALI SAAT PANDEMI COVID-19 DI KALIMANTAN TIMUR

(*A Comparison of The Five Methods to Fitting The Weibull Regression Model with The Bayesian Approach:*
Case Study On The Duration Of Returning To Work During The COVID-19 Pandemic In East Kalimantan)

Arifatus Solikhah
BPS Provinsi Kalimantan Timur
E-mail: arifatus.solikhah@bps.go.id

ABSTRAK

Distribusi Weibull tidak termasuk dalam keluarga eksponensial, sehingga distribusi ini tidak memiliki *link function* kanonik. Terdapat beberapa parameterisasi distribusi Weibull, beserta *link function* yang digunakan. Perbedaan parameterisasi dan *link function* tersebut, menjadikan metode *fitting* modelnya juga berbeda. Pada penelitian ini, dibahas tentang lima metode *fitting* yang digunakan dalam model regresi Weibull. Model tersebut diterapkan untuk mengetahui durasi mendapatkan pekerjaan kembali saat pandemi COVID-19 di Kalimantan Timur. Estimasi parameter kelima metode *fitting* tersebut dilakukan dengan menggunakan pendekatan Bayesian algoritma Hamiltonian Monte Carlo (HMC). Hasil penelitian menunjukkan bahwa metode *fitting* model regresi Weibull dengan menggunakan transformasi logaritma natural adalah yang terbaik, seperti yang ditunjukkan oleh kriteria minimum dari *Pareto-Smoothed Important Sampling Leave-One-Out cross-validation* (PSIS-LOO).

Kata kunci: model regresi Weibull, *link function*, analisis *survival*, metode Bayesian

ABSTRACT

The Weibull distribution be not included in the exponential family, so this distribution has no canonical link function. There are several parameterizations of the Weibull distribution and the link function used in the regression model. The difference in parameterization and link function makes the method of fitting the model also different. In this study, the five adjustment methods used in the Weibull regression model are described. The model was applied to determine the duration of returning to work during the COVID-19 pandemic in East Kalimantan. The parameters of the five fitting methods are estimated using the Bayesian approach of the Hamiltonian Monte Carlo (HMC) algorithm. The results showed that the Weibull regression model fitting method using the natural logarithmic transformation was the best, as indicated by the minimum cross-validation criteria Pareto-Smoothed Important Sampling Leave-One-Out (PSIS-LOO).

***Keywords**: Weibull regression model, link function, survival analysis, Bayesian method*

1. PENDAHULUAN

Analisis *survival* merupakan suatu metode statistik untuk menganalisis data di mana variabel responsnya berupa waktu sampai suatu *event* terjadi (Kleinbaum dan Klein, 2012). Distribusi Weibull merupakan salah satu distribusi yang banyak digunakan dalam pemodelan data *survival*. Beberapa peneliti yang menggunakan distribusi tersebut dalam model regresinya antara lain Yanti dkk. (2022) untuk menganalisis data waktu rawat inap pasien penderita penyakit jantung koroner di RSUD Abdul Wahab Sjahranie Samarinda tahun 2020, Abdurrahman dan Tusian (2021) untuk menganalisis durasi mendapatkan pekerjaan kembali pada awal pandemi COVID-19 di Indonesia, dan Mufidah dan Purhadi (2016) untuk menganalisis *survival* pasien demam berdarah dengue di RSU Haji Surabaya.

Berdasarkan Coles (2001), distribusi Weibull tidak termasuk dalam keluarga eksponensial, sehingga distribusi ini tidak memiliki *link function* kanonik. Aitkin dan Clayton (1980), memperkenalkan salah satu bentuk parameterisasi distribusi Weibull, beserta *link function* yang digunakan. Dalam perkembangannya, parameterisasi distribusi Weibull disajikan dalam beberapa jenis, seperti yang terdapat dalam Johnson dkk. (1994), Kleinbaum dan Klein (2012), dan Kalbfleisch dan Prentice (2002). Parameterisasi distribusi Weibull yang berbeda tersebut, menjadikan *link function* yang digunakan juga berbeda sehingga metode *fitting* modelnya juga berbeda.

Fitting model regresi Weibull bisa dilakukan dengan menggunakan variabel respon yang asli tanpa ditransformasi, dengan menggunakan *link function* tertentu seperti yang terdapat dalam Aitkin dan Clayton (1980). Selain menggunakan variabel respons yang asli, *fitting* model tersebut juga bisa dilakukan dengan menggunakan variabel respons yang telah ditransformasi logaritma natural terlebih dahulu. Jika variabel acak T yang berdistribusi Weibull ditransformasi menjadi variabel acak $Y = \ln T$, maka variabel acak Y berdistrbusi *Extreme Value* tipe I atau biasa juga disebut dengan distribusi Gumbel (Scholz, 2015; Johnson dkk., 1995). Adanya perbedaan cara dalam *fitting* model tersebut, memungkinkan hasil estimasi parameter model yang diperoleh juga berbeda. Penelitian ini bertujuan untuk memilih model terbaik dari lima metode *fitting* model regresi Weibull yang terdiri dari empat metode menggunakan variabel respons asli tanpa ditransformasi dan satu metode menggunakan variabel respons yang telah ditransformasi logaritma natural. Kelima metode tersebut diterapkan pada durasi untuk bekerja kembali sejak berhenti kerja pada periode Februari 2020 s/d Juli 2021 di Kalimantan Timur.

Penelitian ini menggunakan data hasil Sakernas 2021 dari BPS Provinsi Kalimantan Timur. Cakupan penelitian meliputi seluruh wilayah di Kalimantan Timur dengan unit analisis berupa individu yang memenuhi persyaratan. Individu tersebut adalah penduduk berusia 15 tahun ke atas dan pernah berhenti kerja pada periode Februari 2020 s/d Juli 2021. Variabel yang digunakan terdiri dari variabel respons dan variabel penjelas. Variabel respons berupa durasi atau lamanya waktu dalam bulan untuk bekerja kembali sejak berhenti kerja pada periode penelitian. Jika pekerja tersebut berhasil untuk mendapatkan pekerjaan pada periode Maret 2020 s/d Agustus 2021, maka pekerja tersebut akan dinyatakan sebagai amatan berstatus *event*, sedangkan individu yang masih tetap menganggur sampai dengan Agustus 2021 dinyatakan sebagai amatan tersensor. Variabel penjelas yang digunakan dalam model ini meliputi variabel daerah tempat tinggal, jenis kelamin, pendidikan, dan lapangan pekerjaan. Analisis deskriptif, kurva Kaplan-Meier, dan plot fungsi *log minus log survival* masing-masing variabel penjelasnya terdapat dalam Solikhah (2022).

Estimasi parameter kelima metode *fitting* tersebut dilakukan dengan menggunakan metode Bayesian algoritma *Hamiltonian Monte Carlo* (HMC) (Gelman dkk., 2014) dan program yang digunakan adalah Stan (Gelman et al. 2014; Carpenter et al. 2015; Carpenter et al. 2017). Terdapat beberapa *software* komputasi statistik yang bisa menjadi *interface* ke program Stan, diantaranya R, Python, shell, MATLAB, Julia, dan Stata. Pada penelitian ini, *interface* ke program Stan dilakukan menggunakan *software* R dengan *package* rstan. Adapun pemilihan model terbaik dilakukan dengan menggunakan *Leave-One-Out cross-validation* (LOO) yang estimasinya menggunakan *Pareto Smoothed Importance Sampling* (PSIS) (Vehtari dkk., 2017).

2. MODEL REGRESI WEIBULL DAN ESTIMASI PARAMETERNYA

2.1 Parameterisasi dan *Link Function* Model Regresi Weibull Tipe 1

Misal peubah acak T mengikuti distribusi Weibull dengan parameter bentuk $\alpha > 0$ dan parameter skala $\lambda > 0$; maka fungsi kepadatan peluang (f.k.p) dari distribusi Weibull dinyatakan dengan Persamaan (1) (Aitkin dan Clayton, 1980; SAS Institute Inc., 2019):

$$f_T(t|\alpha,\lambda) = \alpha t^{\alpha-1}\exp\big(\lambda - t^{\alpha}\exp(\lambda)\big); t \geq 0. \tag{1}$$

Fungsi *survival,* Fungsi Distribusi Kumulatif (FDK), dan fungsi *hazard* dari distribusi Weibull tipe 1 masing-masing terdapat pada Persamaan (2), Persamaan (3), dan Persamaan (4) berikut:

$$S_T(t|\alpha,\lambda) = exp\big(-t^{\alpha}exp(\lambda)\big); \tag{2}$$

$$F_T(t|\alpha,\lambda) = 1 - exp\left(-t^{\alpha} exp(\lambda)\right); \tag{3}$$

$$h_T(t|\alpha,\lambda) = \alpha t^{\alpha-1} \exp(\lambda), \tag{4}$$

yang mana hubungan antara f.k.p $f_T(t|\alpha,\lambda)$, fungsi *hazard* $h_T(t|\alpha,\lambda)$, FDK $F_T(t|\alpha,\lambda)$, dan fungsi *survival* $S_T(t|\alpha,\lambda)$, dinyatakan dalam persamaan berikut:

$$f_T(t|\alpha,\lambda) = -\frac{d}{dt}\left(S_T(t|\alpha,\lambda)\right) = \frac{d}{dt}\left(F_T(t|\alpha,\lambda)\right),$$

$$f_T(t|\alpha,\lambda) = h_T(t|\alpha,\lambda) S_T(t|\alpha,\lambda),$$

$$F_T(t|\alpha,\lambda) = 1 - S_T(t|\alpha,\lambda).$$

Misal $\boldsymbol{\beta} = \left(\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p\right)'$ merupakan vektor parameter regresi dimensi $p+1$ dengan p menyatakan banyaknya variabel penjelas, dan $\mathbf{X} = \left(X_0, X_1, X_2, \dots, X_p\right)'$ merupakan vektor variabel penjelas dengan $X_0 = 1$. *Link function* distribusi Weibull tipe 1 ini dinyatakan dalam persamaan berikut (Aitkin dan Clayton, 1980; SAS Institute Inc., 2019):

$$\lambda = \boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}. \tag{5}$$

Misal t_i merupakan nilai dari suatu pengamatan pada individu ke$-i$ yang identik dan independen berdistribusi Weibull tipe 1, $t_i \sim \text{Weibull\_1}(\alpha,\lambda)$; $i = 1,2,\dots,n$ dengan n menyatakan banyaknya data pengamatan. Misal $\nu_i; i = 1,2,\dots,n$ merupakan suatu indikator yang digunakan untuk membedakan nilai pengamatan individu ke$-i$ tersensor atau tidak,

$$\nu_i = \begin{cases} 1 & \text{jika } t_i \text{ tidak tersensor,} \\ 0 & \text{jika } t_i \text{ tersensor.} \end{cases} \tag{6}$$

Fungsi *likelihood* data *survival* distribusi Weibull tipe 1 dapat dinyatakan dengan persamaan berikut:

$$L_T(t_i|\alpha,\lambda_i) = \prod_{i=1}^{n} \left(f_T(t_i|\alpha,\lambda_i)\right)^{\nu_i} \left(S_T(t_i|\alpha,\lambda_i)\right)^{1-\nu_i},$$

$$L_T(t_i|\alpha,\lambda_i) = \prod_{i=1}^{n} \left(\alpha {t_i}^{\alpha-1} \exp\left(\lambda_i - {t_i}^{\alpha} \exp(\lambda_i)\right)\right)^{\nu_i} \left(\exp\left(-{t_i}^{\alpha} \exp(\lambda_i)\right)\right)^{1-\nu_i},$$

$$L_T(t_i|\alpha,\lambda_i) = \prod_{i=1}^{n} \left(\alpha {t_i}^{\alpha-1} exp(\lambda_i)\right)^{\nu_i} \left(exp\left(-{t_i}^{\alpha} exp(\lambda_i)\right)\right). \tag{7}$$

Jika dilakukan substitusi pada Persamaan (7) dengan *link function* $\lambda_i = \boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}_i$ seperti yang terdapat pada Persamaan (5), maka diperoleh fungsi *likelihood* model regresi Weibull tipe 1 sebagai berikut:

$$L_T(t_i|\alpha,\boldsymbol{\beta}) = \prod_{i=1}^{n} \left(\alpha {t_i}^{\alpha-1} exp(\boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}_i)\right)^{\nu_i} \left(exp\left(-{t_i}^{\alpha} exp(\boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}_i)\right)\right). \tag{8}$$

2.2 Parameterisasi dan *Link Function* Model Regresi Weibull Tipe 2

Jika parameter λ pada f.k.p distribusi Weibull tipe 1 yang terdapat di Persamaan (1) ditransformasi dengan menggunakan persamaan berikut:

$$\lambda = -\alpha \log \gamma; \qquad \alpha > 0; \gamma > 0, \tag{9}$$

yang mana γ merupakan parameter skala dan α merupakan parameter bentuk, maka f.k.p dari distribusi Weibull tipe 2 dapat dinyatakan dengan Persamaan berikut (SAS Institute Inc., 2019; Stan Development Team, 2022; Johnson dkk., 1994):

$$f_T(t|\alpha,\gamma) = \frac{\alpha}{\gamma}\left(\frac{t}{\gamma}\right)^{\alpha-1} \exp\left(-\left(\frac{t}{\gamma}\right)^{\alpha}\right); t \geq 0. \tag{10}$$

Adapun fungsi *survival* $S_T(t|\alpha,\gamma)$, FDK $F_T(t|\alpha,\gamma)$, dan fungsi *hazard* $h_T(t|\alpha,\gamma)$ dari distribusi Weibull tipe 2 masing-masing terdapat pada Persamaan (11), Persamaan (12), dan Persamaan (13) berikut:

$$S_T(t|\alpha,\gamma) = exp\left(-\left(\frac{t}{\gamma}\right)^{\alpha}\right), \tag{11}$$

$$F_T(t|\alpha,\gamma) = 1 - exp\left(-\left(\frac{t}{\gamma}\right)^{\alpha}\right), \tag{12}$$

$$h_T(t|\alpha,\gamma) = \frac{\alpha}{\gamma}\left(\frac{t}{\gamma}\right)^{\alpha-1}. \tag{13}$$

Diketahui bahwa *link function* distribusi Weibull tipe 1 terdapat pada Persamaan (5) dan fungsi penghubung antara parameter distribusi Weibull tipe 1 dengan Weibull tipe 2 terdapat pada Persamaan (9), maka diperoleh *link function* distribusi Weibull tipe 2 sebagai berikut:

$$\lambda = \boldsymbol{\beta}'\mathbf{X} = -\alpha \log \gamma\,,$$

$$\gamma = \exp\left(-\frac{\boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}}{\alpha}\right). \tag{14}$$

Misal t_i merupakan nilai dari suatu pengamatan pada individu ke$-i$ yang identik dan independen berdistribusi Weibull tipe 2, $t_i \sim \text{Weibull\_2}(\alpha,\gamma_i);\ i = 1,2,\dots,n$, lambang $\nu_i; i = 1,2,\dots,n$ merupakan suatu indikator yang digunakan untuk membedakan nilai pengamatan individu ke$-i$ tersensor atau tidak yang didefinisikan seperti Persamaan (6). Fungsi *likelihood* data *survival* distribusi Weibull tipe 2 dapat dinyatakan dengan persamaan berikut:

$$L_T(t_i|\alpha,\gamma_i) = \prod_{i=1}^{n}\left(\frac{\alpha}{\gamma_i}\left(\frac{t_i}{\gamma_i}\right)^{\alpha-1}\right)^{\nu_i}\left(exp\left(-\left(\frac{t_i}{\gamma_i}\right)^{\alpha}\right)\right). \tag{15}$$

Jika dilakukan substitusi pada Persamaan (15) dengan *link function* $\gamma_i = \exp\left(-\frac{\boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}_i}{\alpha}\right)$ seperti yang terdapat pada Persamaan (14), maka diperoleh fungsi *likelihood* model regresi Weibull tipe 2 sebagai berikut:

$$L_T(t_i|\alpha,\boldsymbol{\beta}) = \prod_{i=1}^{n}\left(\alpha {t_i}^{\alpha-1} exp(\boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}_i)\right)^{\nu_i}\left(exp\left(-{t_i}^{\alpha} exp(\boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}_i)\right)\right). \tag{16}$$

2.3 Parameterisasi dan *Link Function* Model Regresi Weibull Tipe 3

Jika parameter γ pada f.k.p distribusi Weibull tipe 2 yang terdapat di Persamaan (10) dilakukan transformasi dengan menggunakan persamaan berikut:

$$\gamma = b^{-1/\alpha}; b > 0, \alpha > 0, \tag{17}$$

yang mana b merupakan parameter skala dan α merupakan parameter bentuk, maka f.k.p dari distribusi Weibull tipe 3 dapat dinyatakan dengan Persamaan berikut (Kleinbaum dan Klein, 2012):

$$f_T(t|\alpha,b) = b\alpha(t)^{\alpha-1}\exp(-bt^{\alpha}); t \geq 0. \tag{18}$$

Fungsi *survival* $S_T(t|\alpha,b)$, FDK $F_T(t|\alpha,b)$, dan fungsi *hazard* $h_T(t|\alpha,b)$ dari distribusi Weibull tipe 3 masing-masing terdapat pada Persamaan (19), Persamaan (20), dan Persamaan (21) berikut:

$$S_T(t|\alpha,b) = \exp(-bt^{\alpha}), \tag{19}$$

$$F_T(t|\alpha,b) = 1 - \exp(-bt^{\alpha}), \tag{20}$$

$$h_T(t|\alpha,b) = b\alpha(t)^{\alpha-1}. \tag{21}$$

Diketahui bahwa *link function* distribusi Weibull tipe 2 terdapat pada Persamaan (14) dan fungsi penghubung antara parameter pada distribusi Weibull tipe 2 dengan Weibull tipe 3 terdapat pada Persamaan (17), maka diperoleh *link function* distribusi Weibull tipe 3 sebagai berikut:

$$\gamma = b^{-1/\alpha} = \exp\left(-\frac{\boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}}{\alpha}\right),$$

$$b = \exp(\boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}). \tag{22}$$

Misal t_i merupakan nilai dari suatu pengamatan pada individu ke$-i$ yang identik dan independen berdistribusi Weibull tipe 3, $t_i \sim \text{Weibull\_3}(\alpha,b_i);\ i = 1,2,\dots,n$, lambang $\nu_i; i = 1,2,\dots,n$ merupakan suatu indikator yang digunakan untuk membedakan nilai pengamatan individu ke$-i$

tersensor atau tidak yang didefinisikan seperti Persamaan (6). Fungsi *likelihood* data *survival* distribusi Weibull tipe 3 dapat dinyatakan dengan persamaan berikut:

$$L_T(t_i|\alpha, b_i) = \prod_{i=1}^{n} (b_i \alpha (t_i)^{\alpha-1})^{\nu_i} \exp(-b_i {t_i}^{\alpha}). \tag{23}$$

Jika dilakukan substitusi pada Persamaan (23) dengan fungsi penghubungnya $b_i = \exp(\boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}_i)$ seperti yang terdapat pada Persamaan (22), maka diperoleh fungsi *likelihood* model regresi Weibull tipe 3 sebagai berikut:

$$L_T(t_i|\alpha, \boldsymbol{\beta}) = \prod_{i=1}^{n} \left(\alpha {t_i}^{\alpha-1} exp(\boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}_i)\right)^{\nu_i} \left(exp\left(-{t_i}^{\alpha} exp(\boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}_i)\right)\right). \tag{24}$$

Memperhatikan Persaman (8), Persamaan (16), dan Persamaan (24) maka dapat disimpulkan bahwa fungsi *likelihood* model regresi Weibull tipe 1, tipe 2, dan tipe 3 adalah sama.

2.4 Parameterisasi dan *Link Function* Model Regresi Weibull Tipe 4

Misal $\boldsymbol{\beta} = (\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p)'$ merupakan vektor parameter regresi dimensi $p+1$ dengan p menyatakan banyaknya variabel penjelas, dan $\mathbf{X} = (X_0, X_1, X_2, \dots, X_p)'$ merupakan vektor variabel penjelas dengan $X_0 = 1$. Jika parameter b pada f.k.p distribusi Weibull tipe 3 yang terdapat di Persamaan (18) ditransformasi dengan menggunakan persamaan berikut:

$$b = \eta^{\alpha} \exp(\boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}); \eta > 0, \alpha > 0, \tag{25}$$

maka f.k.p dari model regresi Weibull tipe 4 dapat dinyatakan dengan persamaan berikut (Kalbfleisch dan Prentice, 2002):

$$f_T(t|\alpha, \eta, \beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p) = \eta\alpha(\eta t)^{\alpha-1} \exp(\boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}) \exp\left(-(\eta t)^{\alpha} \exp(\boldsymbol{\beta}'\mathbf{X})\right); t \geq 0. \tag{26}$$

Fungsi *survival* $S_T(t|\alpha, \eta, \beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p)$, FDK $F_T(t|\alpha, \eta, \beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p)$, dan fungsi *hazard* $h_T(t|\alpha, \eta, \beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p)$ dari model regresi Weibull tipe 4 masing-masing terdapat pada Persamaan (27), Persamaan (28), dan Persamaan (29) berikut:

$$S_T(t|\alpha, \eta, \beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p) = \exp\left(-(\eta t)^{\alpha} \exp(\boldsymbol{\beta}'\mathbf{X})\right), \tag{27}$$

$$F_T(t|\alpha, \eta, \beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p) = 1 - \exp\left(-(\eta t)^{\alpha} \exp(\boldsymbol{\beta}'\mathbf{X})\right), \tag{28}$$

$$h_T(t|\alpha, \eta, \beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p) = \eta\alpha(\eta t)^{\alpha-1} \exp(\boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}). \tag{29}$$

Misal t_i merupakan nilai dari suatu pengamatan pada individu ke$-i$ yang identik dan independen berdistribusi Weibull tipe 4, $t_i \sim \text{Weibull\_4}(\alpha, \eta, \beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p)$; $i = 1,2, \dots, n$, lambang $\nu_i; i = 1,2, \dots, n$ merupakan suatu indikator yang digunakan untuk membedakan nilai pengamatan individu ke$-i$ tersensor atau tidak yang didefinisikan seperti Persamaan (6). Fungsi *likelihood* model regresi Weibull tipe 4 dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$L_T(t_i|\alpha, \eta, \boldsymbol{\beta}) = \prod_{i=1}^{n} \left(\eta\alpha(\eta t_i)^{\alpha-1} \exp(\boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}_i)\right)^{\nu_i} \left(\exp\left(-(\eta t_i)^{\alpha} \exp(\boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}_i)\right)\right). \tag{30}$$

2.5 Model Regresi Gumbel

Jika variabel acak T yang berdistribusi Weibull ditansfomasi menjadi variabel acak $Y = \ln T$, maka variabel acak Y berdistrbusi *Extreme Value* tipe I atau biasa juga disebut dengan distribusi Gumbel. Adapun Aitkin dan Clayton (1980) mendefinisikan f.k.p dari model regresi Gumbel sebagai berikut:

$$f_Y(y|\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p, \sigma) = \alpha \exp[(\alpha y + \boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}) - \exp(\alpha y + \boldsymbol{\beta}'\mathbf{X})]; -\infty < y < \infty, \alpha > 0, \tag{31}$$

yang mana α merupakan parameter bentuk pada distribusi Weibull, lambang $\boldsymbol{\beta} = (\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p)'$ merupakan vektor parameter regresi dimensi $p+1$ dengan p menyatakan banyaknya variabel penjelas, dan $\mathbf{X} = (X_0, X_1, X_2, \dots, X_p)'$ merupakan vektor variabel penjelas dengan $X_0 = 1$. Selanjutnya, Johnson dkk. (1995) mendefinisikan f.k.p $f_Y(y|\mu, \sigma)$ dari distribusi Gumbel seperti pada Persamaan (32), FDK-nya terdapat pada Persamaan (33), fungsi *survival* terdapat pada Persamaan (34), dan fungsi *hazard* dari distribusi Gumbel terdapat pada Persamaan (35):

$$f_Y(y|\mu,\sigma) = \frac{1}{\sigma}\exp\left[\left(\frac{y-\mu}{\sigma}\right) - \exp\left(\frac{y-\mu}{\sigma}\right)\right]; -\infty < \mu < \infty;\ \sigma > 0, \tag{32}$$

$$F_Y(y|\mu,\sigma) = 1 - \exp\left(-\exp\left(\frac{y-\mu}{\sigma}\right)\right), \tag{33}$$

$$S_Y(y|\mu,\sigma) = \exp\left(-\exp\left(\frac{y-\mu}{\sigma}\right)\right), \tag{34}$$

$$h_Y(y|\mu,\sigma) = \frac{1}{\sigma}\exp\left[\left(\frac{y-\mu}{\sigma}\right)\right], \tag{35}$$

yang mana μ merupakan parameter lokasi dan σ merupakan parameter skala pada distribusi Gumbel. Memperhatikan f.k.p model regresi Gumbel pada Persamaan (31) dan f.k.p distribusi Gumbel pada Persamaan (32), maka dapat disimpulkan bahwa $\sigma = 1/\alpha$ dan *link function* distribusi Gumbel adalah:

$$\mu = -\boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}. \tag{36}$$

Misal y_i merupakan nilai dari suatu pengamatan pada individu ke $-i$ yang identik dan independen berdistribusi Gumbel, $y_i \sim \mathrm{Gumbel}(\mu_i, \sigma);\ i = 1,2,\dots,n,$ lambang $v_i; i = 1,2,\dots,n$ merupakan suatu indikator yang digunakan untuk membedakan nilai pengamatan individu ke$-i$ tersensor atau tidak yang didefinisikan seperti Persamaan (6). Fungsi *likelihood* model regresi Gumbel dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$L_Y(y_i|\boldsymbol{\beta},\sigma) = \prod_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{\sigma}\exp\left[\left(\frac{y_i + \boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}_i}{\sigma}\right)\right]\right)^{v_i}\left(\exp\left(-\exp\left(\frac{y_i + \boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}_i}{\sigma}\right)\right)\right). \tag{37}$$

3. ESTIMASI PARAMETER MODEL REGRESI WEIBULL DENGAN PENDEKATAN BAYESIAN

Misal, $\boldsymbol{\theta}$ merupakan vektor parameter yang tidak diketahui dari suatu model regresi Weibull atau model regresi Gumbel dan $\boldsymbol{t}$ merupakan vektor data tanpa ditransformasi dan $\boldsymbol{y}$ merupakan vektor data yang telah ditransformasi logaritma natural. Dengan menggunakan pendekatan Bayesian, kesimpulan tentang parameter $\boldsymbol{\theta}$ dinyatakan dalam bentuk probabilitas yang bergantung pada nilai $\boldsymbol{t}$ yang diamati. Pernyataan probabilitas tersebut biasanya disebut dengan distribusi *joint posterior* dari parameter $\boldsymbol{\theta}$ dan dinotasikan dengan $f(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{t})$ untuk model regresi Weibull dan $f(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{y})$ untuk model regresi Gumbel. Misal, informasi awal tentang parameter tersebut dinyatakan dengan distribusi *joint prior*, yang dilambangkan dengan $f(\boldsymbol{\theta})$. Fungsi *likelihood* suatu model berdasarkan pada data yang ada dinyatakan dengan $\mathrm{L}_{\boldsymbol{T}}(\boldsymbol{t}|\boldsymbol{\theta})$ untuk model regresi Weibull dan $\mathrm{L}_{\boldsymbol{Y}}(\boldsymbol{y}|\boldsymbol{\theta})$ untuk model regresi Gumbel. Maka $f(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{t})$ dan $f(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{y})$ secara proporsionalnya dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$f(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{t}) \propto \mathrm{L}_{\boldsymbol{T}}(\boldsymbol{t}|\boldsymbol{\theta})f(\boldsymbol{\theta}), \tag{38}$$

$$f(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{y}) \propto \mathrm{L}_{\boldsymbol{Y}}(\boldsymbol{y}|\boldsymbol{\theta})f(\boldsymbol{\theta}). \tag{39}$$

Adapun fungsi *likelihood* untuk model regresi Weibull tipe 1 s/d tipe 4 masing-masing dinyatakan dalam Persamaan (8), Persamaan (16), Persamaan (24), dan Persamaan (30) serta fungsi *likelihood* untuk model regresi Gumbel terdapat pada Persamaan (37).

Selanjutnya, jika diasumsikan bahwa parameter dalam model regresi Weibull dan model regresi Gumbel saling bebas maka distribusi *joint prior* dari model regresi Weibull tipe 1 s/d tipe 3 memenuhi kondisi berikut:

$$f(\boldsymbol{\theta}) = f(\alpha)f(\beta_0)\prod_{j=1}^{p} f(\beta_j), \tag{40}$$

distribusi *joint prior* dari model regresi Weibull tipe 4 memenuhi kondisi berikut:

$$f(\boldsymbol{\theta}) = f(\alpha)f(\eta)f(\beta_0)\prod_{j=1}^{p} f(\beta_j), \tag{41}$$

dan distribusi *joint prior* dari model regresi Gumbel memenuhi kondisi berikut:

$$f(\boldsymbol{\theta}) = f(\sigma)f(\beta_0)\prod_{j=1}^{p} f(\beta_j), \tag{42}$$

yang mana lambang $f(\alpha), f(\eta), f(\sigma), f(\beta_0)$, dan $f(\beta_j)$ masing-masing merupakan distribusi *prior* dari parameter α, η, σ, β_0, dan β_j pada model regresi Weibull dan Gumbel, serta indeks j menyatakan variabel penjelas yang ke- j ; $j = 1,2, \ldots, p$, dan p menyatakan banyaknya variabel penjelas. Adapun distribusi *prior* dari masing-masing parameter tersebut ditetapkan sebagai berikut.

1. Parameter $\alpha \sim t_{\delta_1}(m_1, g_1{}^2)I(0,\infty)$ dan memiliki f.k.p sebagai berikut:

$$f(\alpha) = \frac{\frac{1}{1 - F_\alpha(0)}\Gamma\left(\frac{\delta_1 + 1}{2}\right)}{g_1\sqrt{\pi\delta_1}\Gamma\left(\frac{\delta_1}{2}\right)}\left(1 + \frac{(\alpha - m_1)^2}{\delta_1 g_1{}^2}\right)^{-\frac{(\delta_1+1)}{2}}; \tag{43}$$

$$\alpha > 0;\ g_1 > 0;\ \delta_1 > 0; -\infty \le m_1 \le \infty,$$

yang mana $\Gamma(.)$ merupakan fungsi gamma, $F_\alpha(0)$ menyatakan fungsi distribusi kumulatif dari variabel acak α pada batas bawah titik 0, dan π merupakan konstanta *pi* yang dibulatkan bernilai 3,14.

2. Parameter $\eta \sim t_{\delta_2}(m_2, g_2{}^2)I(0,\infty)$ dan memiliki f.k.p sebagai berikut:

$$f(\eta) = \frac{\frac{1}{1 - F_\eta(0)}\Gamma\left(\frac{\delta_2 + 1}{2}\right)}{g_2\sqrt{\pi\delta_2}\Gamma\left(\frac{\delta_2}{2}\right)}\left(1 + \frac{(\eta - m_2)^2}{\delta_2 g_2{}^2}\right)^{-\frac{(\delta_2+1)}{2}}; \tag{44}$$

$$\eta > 0;\ g_2 > 0;\ \delta_2 > 0; -\infty \le m_2 \le \infty,$$

yang mana $F_\eta(0)$ menyatakan fungsi distribusi kumulatif dari variabel acak η pada batas bawah titik 0.

3. Parameter $\sigma \sim t_{\delta_3}(m_3, g_3{}^2)I(0,\infty)$ dan memiliki f.k.p sebagai berikut:

$$f(\sigma) = \frac{\frac{1}{1 - F_\sigma(0)}\Gamma\left(\frac{\delta_3 + 1}{2}\right)}{g_3\sqrt{\pi\delta_3}\Gamma\left(\frac{\delta_3}{2}\right)}\left(1 + \frac{(\sigma - m_3)^2}{\delta_3 g_3{}^2}\right)^{-\frac{(\delta_3+1)}{2}}; \tag{45}$$

$$\sigma > 0;\ g_3 > 0;\ \delta_3 > 0; -\infty \le m_3 \le \infty,$$

yang mana $F_\sigma(0)$ menyatakan fungsi distribusi kumulatif dari variabel acak σ pada batas bawah titik 0.

4. Parameter $\beta_0 \sim \mathrm{N}(u_0, g_0{}^2)$ dan memiliki f.k.p sebagai berikut:

$$f(\beta_0) = \frac{1}{g_0\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{\beta_0 - u_0}{g_0}\right)^2\right); \tag{46}$$

$$-\infty \le \beta_0 \le \infty; -\infty \le u_0 \le \infty; g_0 > 0.$$

5. Parameter $\beta_j \sim \mathrm{N}(u_j, g_j{}^2); j = 1,2, \ldots, p$ dan memiliki f.k.p sebagai berikut:

$$f(\beta_j) = \frac{1}{g_j\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{\beta_j - u_j}{g_j}\right)^2\right); \tag{47}$$

$$-\infty \le \beta_j \le \infty; -\infty \le u_j \le \infty; g_j > 0.$$

Distribusi *posterior* berisi semua informasi terkini tentang parameter $\boldsymbol{\theta}$. Idealnya, seluruh distribusi *posterior* ditampilkan secara grafis. Namun, untuk tujuan praktisnya, perlu diberikan berbagai ringkasan numerik dari distribusi tersebut. Ringkasan numerik tersebut biasanya berupa ringkasan lokasi atau titik, seperti *mean*, median, dan modus. Selain itu, juga bisa diberikan ringkasan interval dengan *Credible Interval* (CI) atau *Highest Posterior Density Interval* (HPDI). Selain sebagai ringkasan numerik, selang interval juga bisa digunakan untuk melihat signifikansi perbedaan suatu parameter dengan angka nol (Gelman dan Tuerlinckx, 2000). Jika CI tidak mencakup angka nol, dapat dikatakan bahwa secara statistik parameter tersebut berbeda nyata dengan angka nol. Namun, jika sebaliknya, maka parameter tersebut tidak berbeda nyata dengan angka nol.

4. DATA, HASIL, DAN PEMBAHASAN

4.1 Variabel dan Deskripsi Data Penelitian

Variabel respons penelitian ini berupa durasi atau lamanya waktu dalam bulan untuk bekerja kembali sejak berhenti kerja pada periode Februari 2020 s/d Juli 2021. Pada periode tersebut, terdapat sebanyak 62,27 ribu angkatan kerja di Kalimantan Timur yang berstatus *event* (pekerja tersebut berhasil untuk mendapatkan pekerjaan kembali), dengan rata-rata membutuhkan waktu 11,53 bulan untuk mendapatkan pekerjaan kembali (Solikhah, 2022). Sedangkan angkatan kerja yang berhenti kerja dan belum mendapatkan pekerjaan kembali hingga Agustus 2021 (berstatus tersensor), jumlahnya lebih besar jika dibandingkan yang berstatus *event,* yaitu sekitar 98,03 ribu orang.

Variabel penjelas yang digunakan dalam model ini meliputi variabel daerah tempat tinggal (jika tinggal di perkotaan berkode 0 dan jika di pedesaan berkode 1), jenis kelamin (jika laki-laki berkode 0 dan jika perempuan berkode 1), tingkat pendidikan (jika pendidikannya SLTP ke bawah berkode 0 dan jika SLTA ke atas berkode 1), kelompok umur (jika kelompok umurnya 15-38 tahun berkode 0 dan jika 39 tahun ke atas berkode 1), serta lapangan pekerjaan (jika lapangan pekerjaannya merupakan sektor non jasa berkode 0 dan jika sektor jasa berkode 1).

Berdasarkan kajian dalam Solikhah (2022), diperoleh hasil bahwa pekerja yang pernah berhenti kerja pada periode Februari 2020 s/d Juli 2021 yang tinggal di perdesaan lebih cepat mendapatkan pekerjaan kembali dibandingkan di perkotaan, pekerja laki-laki lebih cepat mendapatkan pekerjaan kembali dibandingkan perempuan, pekerja yang berumur 15-38 tahun lebih cepat mendapatkan pekerjaan kembali dibandingkan yang berumur 39 tahun ke atas, pekerja dengan pendidikan SLTA ke atas lebih cepat mendapatkan pekerjaan kembali dibandingkan SLTP ke bawah, dan pekerja di sektor non jasa lebih cepat mendapatkan pekerjaan kembali dibandingkan sektor jasa.

4.2 Hasil dan Pembahasan *Fitting* Model Regresi

Dari empat tipe distribusi Weibull yang dibahas pada Bab 2, hanya distribusi Weibull tipe 2 yang terdapat dalam program Stan. Untuk membandingkan pengaruh parameterisasi distribusi Weibull beserta *link function* yang digunakannya, maka distribusi Weibull tipe lainnya perlu ditambahkan dulu kedalam program Stan. Adapun cara untuk menambahkan distribusi tertentu ke dalam program Stan, terdapat dalam Annis dkk. (2017) dan Stan Development Team (Stan Functions Reference, 2022). Terdapat beberapa cara untuk mendiagnosis kekonvergenan dari suatu MCMC, di antaranya dengan menggunakan metode Gelman-Rubin $(\hat{R})$ dan *effective sample size* (n_{eff}) (Gelman dkk., 2014; Vehtari dkk., 2020). Simulasi dari MCMC tersebut konvergen jika nilai $\hat{R} < 1{,}01$ dan $n_{eff} > 400$ (Vehtari dkk., 2020).

Nilai PSIS-LOO masing-masing model terdapat pada Tabel 1, yang mana model regresi Gumbel memiliki nilai PSIS-LOO yang terkecil, yaitu sebesar 1332,70. Nilai PSIS-LOO model regresi Weibull tipe 1, tipe 2, dan tipe 3 besarannya sama yaitu sebesar 1830,30. Sedangkan nilai PSIS-LOO model regresi Weibull tipe 4 adalah yang terbesar, yaitu sebesar 1832,20. Oleh karena itu, bisa disimpulkan bahwa metode *fitting* model regresi Weibull dengan pendekatan datanya ditransformasi logaritma natural (model regresi Gumbel) lebih baik daripada datanya tanpa ditransformasi.

Tabel 1. Perbandingan nilai PSIS-LOO model regresi Weibull.

Model Regresi	Data Variabel Respon	PSIS-LOO
Parameterisasi Weibull tipe 1	Tidak ditransformasi	1830,30
Parameterisasi Weibull tipe 2	Tidak ditransformasi	1830,30
Parameterisasi Weibull tipe 3	Tidak ditransformasi	1830,30
Parameterisasi Weibull tipe 4	Tidak ditransformasi	1832,20
Gumbel	Transformasi logaritma natural	1332,70

Fitting kelima model tersebut dilakukan masing-masing dengan *warm-up* sebesar 1500 iterasi dari sejumlah 5000 iterasi *sampling*. Nilai *thin* ditetapkan sebesar 1*,* *chains* sebesar 4. Simulasi pada data ini telah mencapai konvergen yang ditunjukkan dengan nilai $\hat{R} < 1{,}01$ dan $n_{eff} > 400$ untuk semua parameter model, seperti yang terdapat pada Tabel 2. Adapun kode stan untuk *fitting* model regresi Gumbel terdapat pada Lampiran A. Nilai estimasi titik dan interval untuk masing-masing parameter model tersebut juga terdapat pada Tabel 2, berupa *posterior mean* dan *credible interval* pada 2,5% - 97,5%.

Tabel 2. Perbandingan nilai *posterior mean*, *posterior standard error of mean* (se mean), *posterior standard deviation* (sd), *Credible Interval* (CI), *effective sample size* (n_{eff}), nilai Gelman-Rubin ($\hat{R}$), dan *Hazard Ratio* (HR) dari parameter model regresi.

Parameter model	mean	se_ mean	sd	CI 2,5%	CI 97,5%	n_{eff}	$\hat{R}$	*Hazard Ratio*	
								$\exp(\beta_j)$	$exp(-\beta_j)$
Weibull tipe 1									
β_0	-1,30	0,00	0,08	-1,45	-1,14	11951,44	1,00		
β_1	-0,06	0,00	0,08	-0,22	0,09	16922,02	1,00	0,94	1,06
β_2	-0,16	0,00	0,08	-0,32	-0,01	15347,52	1,00	0,85	1,18
β_3	0,05	0,00	0,07	-0,10	0,19	14841,61	1,00	1,05	0,95
β_4	-0,32	0,00	0,08	-0,48	-0,17	15469,63	1,00	0,72	1,38
β_5	-1,79	0,00	0,08	-1,94	-1,64	15172,54	1,00	0,17	5,99
α	0,97	0,00	0,04	0,90	1,04	12308,58	1,00		
Weibull tipe 2									
β_0	-1,30	0,00	0,08	-1,46	-1,15	11886,81	1,00		
β_1	-0,06	0,00	0,08	-0,22	0,10	17134,53	1,00	0,94	1,06
β_2	-0,16	0,00	0,08	-0,32	0,00	15249,05	1,00	0,85	1,18
β_3	0,05	0,00	0,07	-0,10	0,19	14964,29	1,00	1,05	0,95
β_4	-0,32	0,00	0,08	-0,48	-0,17	16937,80	1,00	0,72	1,38
β_5	-1,79	0,00	0,08	-1,94	-1,63	13834,28	1,00	0,17	5,97
α	0,97	0,00	0,04	0,90	1,04	11551,06	1,00		
Weibull tipe 3									
β_0	-1,30	0,00	0,08	-1,45	-1,14	11800,37	1,00		
β_1	-0,06	0,00	0,08	-0,21	0,10	16444,50	1,00	0,94	1,06
β_2	-0,16	0,00	0,08	-0,32	0,00	14724,14	1,00	0,85	1,18
β_3	0,04	0,00	0,07	-0,10	0,19	15271,65	1,00	1,04	0,96
β_4	-0,32	0,00	0,08	-0,48	-0,17	15162,63	1,00	0,72	1,38
β_5	-1,79	0,00	0,08	-1,95	-1,64	16017,60	1,00	0,17	5,99
α	0,97	0,00	0,04	0,90	1,05	13000,42	1,00		
Weibull tipe 4									
β_0	-1,10	0,00	0,10	-1,30	-0,90	10824,15	1,00		
β_1	-0,08	0,00	0,08	-0,24	0,08	17419,21	1,00	0,92	1,08
β_2	-0,17	0,00	0,08	-0,33	-0,02	18254,07	1,00	0,84	1,19
β_3	0,01	0,00	0,08	-0,14	0,17	16057,40	1,00	1,01	0,99
β_4	-0,35	0,00	0,08	-0,50	-0,19	16536,61	1,00	0,71	1,41
β_5	-1,81	0,00	0,08	-1,97	-1,66	17436,17	1,00	0,16	6,12
α	0,94	0,00	0,04	0,85	1,03	12803,59	1,00		
η	0,97	0,00	0,17	0,65	1,27	7674,74	1,00		
Gumbel									
β_0	-0,70	0,00	0,08	-0,85	-0,54	13147,94	1,00		
β_1	-0,07	0,00	0,08	-0,23	0,10	18384,86	1,00	0,93	1,07
β_2	-0,11	0,00	0,08	-0,26	0,05	17651,62	1,00	0,90	1,12
β_3	0,13	0,00	0,08	-0,02	0,28	14884,64	1,00	1,13	0,88

Tabel 2. (Lanjutan)

Parameter model	mean	se_ mean	sd	CI 2,5%	CI 97,5%	n_{eff}	$\hat{R}$	*Hazard Ratio* $\exp(\beta_j)$	*Hazard Ratio* $exp(-\beta_j)$
Gumbel									
β_4	-0,35	0,00	0,08	-0,50	-0,19	16594,24	1,00	0,71	1,41
β_5	-1,43	0,00	0,08	-1,59	-1,27	15346,61	1,00	0,24	4,19
σ	1,68	0,00	0,06	1,56	1,80	16875,06	1,00		

Berdasarkan nilai estimasi parameter tersebut, dapat disimpulkan bahwa estimasi titik maupun interval parameter model regresi Weibull tipe 1, tipe 2, dan tipe 3 hampir sama. Variabel daerah tempat tinggal dan variabel pendidikan berpengaruh tidak signifikan terhadap durasi mendapatkan pekerjaan kembali. Hal tersebut bisa dilihat dari *credible interval* pada selang 2,5 persen s/d 97,5 persen parameter β_1 dan β_3 yang melewati angka nol. Model regresi Weibull tipe 1, tipe 2, dan tipe 3 yang terbentuk, terdapat pada Persamaan (48). Adapun Persamaan (49) merupakan model regresi Weibull tipe 4, dan Persamaan (50) merupakan model regresi Gumbel. Dengan menggunakan model regresi Gumbel, hanya variabel kelompok umur dan lapangan pekerjaan yang berpengaruh signifikan terhadap durasi mendapatkan pekerjaan kembali.

$$T = \exp(-1{,}30 - 0{,}16\, X_2 - 0{,}32\, X_4 - 1{,}79\, X_5); \tag{48}$$

$$T = \exp(-1{,}10 - 0{,}17\, X_2 - 0{,}35\, X_4 - 1{,}81\, X_5); \tag{49}$$

$$\ln T = -0{,}70 - 0{,}35\, X_4 - 1{,}43\, X_5; \tag{50}$$

yang mana,

T = durasi mendapatkan pekerjaan kembali,
X_2 = jenis kelamin laki-laki atau perempuan,
X_4 = kelompok umur 15-38 tahun atau 39 tahun keatas,
X_5 = lapangan pekerjaan sektor non jasa atau sektor jasa.

Nilai *Hazard Ratio* (HR) menunjukkan besarnya pengaruh dari suatu variabel terhadap kecepatan mendapatkan pekerjaan kembali setelah pernah berhenti kerja selama pandemi COVID-19 pada periode Maret 2020 s/d Agustus 2021. Berdasarkan nilai *hazard ratio* dari model yang terbaik yaitu model regresi Gumbel diketahui bahwa pekerja yang berumur 15-38 tahun cenderung mendapatkan pekerjaan kembali lebih cepat 1,41 kali dibandingkan pekerja yang berumur 39 tahun ke atas dengan asumsi bahwa variabel penjelas lainnya tetap (*cateris paribus*). Adapun pekerja yang bekerja di sektor non jasa pada tahun 2021 lebih cepat mendapatkan kerja sebesar 4,19 kali dibandingkan mereka yang bekerja di sektor jasa dengan asumsi variabel penjelas lain tetap. Sedangkan variabel lainnya yakni daerah tempat tinggal, jenis kelamin, dan pendidikan tidak begitu memengaruhi terhadap durasi mendapatkan kerja bagi mereka yang pernah berhenti kerja di masa pandemi COVID-19. Ini artinya hampir sama kecenderungan antar kategori pekerja yang tinggal di perkotaan dan perdesaan untuk mendapatkan pekerjaan kembali. Begitu juga dengan variabel jenis kelamin (laki-laki atau perempuan) dan variabel Pendidikan (SMP ke bawah dengan SMA ke atas) yang tidak signifikan pengaruhnya terhadap durasi mendapatkan pekerjaan kembali.

5. KESIMPULAN

Pada penelitian ini dibahas tentang empat jenis parameterisasi distribusi Weibull beserta *link function* yang digunakan dalam model regresi. Model regresi Weibull dengan parameterisasi tipe 1 s/d tipe 3 memiliki fungsi *likelihood* yang sama, distribusi *prior* yang sama, dan disribusi *posterior* yang juga sama. Ketika diterapkan pada durasi mendapatkan pekerjaan kembali saat pandemi COVID-19 di Kalimantan Timur, model regresi Weibull parameterisasi tipe 1 s/d tipe 3 juga memberikan hasil yang hampir sama. Jika dibandingkan dengan model regresi Weibull parameterisasi tipe 4, parameterisasi distribusi Weibull tipe 1 s/d 3 memberikan hasil yang lebih baik. Tetapi jika dibandingkan dengan model regresi Gumbel (variabel respon ditransformasi logaritma natural), model regresi Gumbel adalah yang terbaik.

Berdasarkan nilai *hazard ratio* dari model yang terbaik yaitu model regresi Gumbel diketahui bahwa hanya variabel kelompok umur dan lapangan pekerjaan yang mempengaruhi durasi mendapatkan pekerjaan kembali pada masa COVID-19. Sedangkan variabel lainnya yakni daerah tempat tinggal, jenis kelamin, dan pendidikan tidak begitu memengaruhi terhadap durasi mendapatkan kerja bagi mereka yang pernah berhenti kerja di masa pandemi COVID-19.

LAMPIRAN A. KODE STAN UNTUK *FITTING* MODEL REGRESI GUMBEL

```
library(rstan)
rstan_options(auto_write = TRUE)
sm = "
data{
  int N;
  real time[N];
  int<lower=0,upper=1>event[N];
  vector[N] dtt;
  vector[N] jk;
  vector[N] didik;
  vector[N] generasi;
  vector[N] lapek;
 }
 parameters{
  real a0;
  real a1;
  real a2;
  real a3;
  real a4;
  real a5;
  real<lower=0> sigma;
 }
 transformed parameters{
  vector[N] mu=-(a0+a1*dtt+a2*jk+a3*didik+a4*generasi+a5*lapek);
  }
 model{
   //Likelihood
  for (i in 1:N)
  if ( event[i] == 1 ) target += gumbel_lpdf(log(time[i]) | mu[i],sigma );
                else target += gumbel_lccdf(log(time[i])| mu[i],sigma );
  //Priors
  a0~normal(0,1);
  a1~normal(0,1);
  a2~normal(0,1);
  a3~normal(0,1);
  a4~normal(0,1);
  a5~normal(0,1);
  sigma ~ student_t(100,1,10);
 }
 generated quantities{
  vector[N] log_lik;
  vector[N] pred1;
  vector[N] pred;
  for(i in 1:N){
    if ( event[i] == 1 ) log_lik[i] = gumbel_lpdf(log(time[i]) | mu[i],sigma);
                else log_lik[i] = gumbel_lccdf(log(time[i])| mu[i],sigma);
    pred1[i]=gumbel_rng(mu[i],sigma);
    pred[i]=exp(pred1[i]);
 }
 }"
```

DAFTAR PUSTAKA

Abdurrahman and Tusian, E. (2021), "Survival Analysis Durasi Mendapatkan Pekerjaan Kembali Pada Awal Pandemi Covid-19 di Indonesia",dalam *Analisis Isu Terkini 2021*, ed. D.A.&.P. Statistik , BPS RI, Jakarta, pp. 27-40.

Aitkin, M. and Clayton, D. (1980), "The Fitting of Exponential, Weibull and Extreme Value Distributions to Complex Censored Survival Data Using GLIM", *Journal of the Royal Statistical Society. Series C (Applied Statistics)*, Vol. 29, No. 2, pp. 156-163.

Annis, J., Miller, B.J. and Palmeri, T.J. (2017), "Bayesian inference with Stan: A tutorial on adding custom distributions", *Behavior Research Methods*, Vol. 49, pp. 863–886.

BPS Prov. Kalimantan Timur (2022a), *BPS Prov. Kalimantan Timur*. [Online] diakses dari: https://kaltim.bps.go.id/indicator/52/88/1/-seri-2010-pdrb-atas-dasar-harga-konstan-menurut-lapangan-usaha.html [pada 17 June 2022].

BPS Prov. Kalimantan Timur (2022b), Berita Resmi Statistik Pertumbuhan Ekonomi Kalimantan Timur Triwulan I-2022, *Triwulanan*, 9 May.

Coles, S. (2001), *An Introduction to Statistical Modeling of Extreme Values*, Springer.

Collett, D. (2015), *Modelling Survival Data in Medical Research*, CRC press.

Gelman, A., Carlin, J.B., Stern, H.S., Dunson, D.B., Vehtari, A. and Rubin, D.B. (2014), *Bayesian Data Analysis*, 3rd ed., Chapman and Hall/CRC Press, Boca Raton, Fla.

Gelman, A. and Tuerlinckx, F. (2000), "Type S error rates for classical and Bayesian single and multiple comparison procedures", *Computational Statistics*, Vol. 15, pp. 373-390.

Johnson, N.L., Kotz, S. and Balakrishnan, N. (1994), *Continuous Univariate Distributions Volume 1*, 2nd ed., John Wiley & Sons, Inc.

Johnson, N.L., Kotz, S. and Balakrishnan, N. (1995), *Continuous Univariate Distributions, Volume 2*, Second Edition ed., Wiley.

Kalbfleisch, J.D. and Prentice, R.L. (2002), *The Statistical Analysis Failure Time Data*, 2nd ed., John Wiley & Sons, Inc., United States of America.

Kleinbaum, D.G. and Klein, M. (2012), *Survival analysis: a self-learning text*, 2nd ed., Springer.

Mufidah, A.S. and Purhadi (2016), "Analisis Survival Pada Pasien Demam Berdarah Dengue (DBD) di RSU Haji Surabaya Menggunakan Model Regresi Weibull", *Jurnal Sains dan Seni ITS*, Vol. 5, No. 2, pp. 301-306.

SAS Institute Inc. (2019), *The MCMC Procedure: Example 77.13 Exponential and Weibull Survival Analysis*, [Online] SAS Institute Inc. diakses dari: https://documentation.sas.com/doc/en/pgmsascdc/9.4_3.4/statug/statug_mcmc_examples19.htm [pada 30 December 2022].

Scholz, F.W. (2015), "Inference for the Weibull Distribution: A Tutorial", *The Quantitative Methods for Psychology*, Vol. 11, No. 3, pp. 148-173.

Solikhah, A. (2022), "Survival Analysis Durasi Mendapatkan Pekerjaan Kembali Pada Masa Pandemi Covid-19 di Kalimantan Timur",dalam *Analisis Isu Terkini Provinsi Kalimantan Timur 2022*, ed. N. Istiqomah , Badan Pusat Statistik Provinsi Kalimantan Timur, Samarinda, pp. 37-52.

Stan Development Team (2022), [Online] Stan Development Team (2.31) diakses dari: https://mc-stan.org/docs/functions-reference/weibull-distribution.html [pada December 2022].

Vehtari, A., Gelman, A. and Gabry, J. (2017), "Practical Bayesian model evaluation using leave-one-out cross-validation and WAIC", *Statistics and Computing*, Vol. 27, No. 5, pp. 1413–1432.

Vehtari, A., Gelman, A., Simpson, D., Carpenter, B. and & Bürkner, P.C. (2020), "Rank-Normalization, Folding, and Localization: An Improved R for Assessing Convergence of MCMC", *Bayesian Analysis*.

Yanti, H., Suyitno and Purnamasari, I. (2022), "Model Hazard Rate Weibull Kesembuhan Pasien Rawat Inap Penyakit Jantung Koroner di RSUD Abdul Wahab Sjahranie Samarinda", *Prosiding Seminar Nasional Matematika, Statistika, dan Aplikasinya* , Samarinda, pp. 429-455.